

第七章

光学系统的分辨率、景深 及光能的传递 (光度学基础)

7.1 光学系统的分辨率

——衡量分开相邻两物点的像的能力

几何点

VS

像斑

衍射分辨率

7.2

圆孔的夫琅和费衍射和艾里斑

1. 圆孔夫琅和费衍射的实验装置

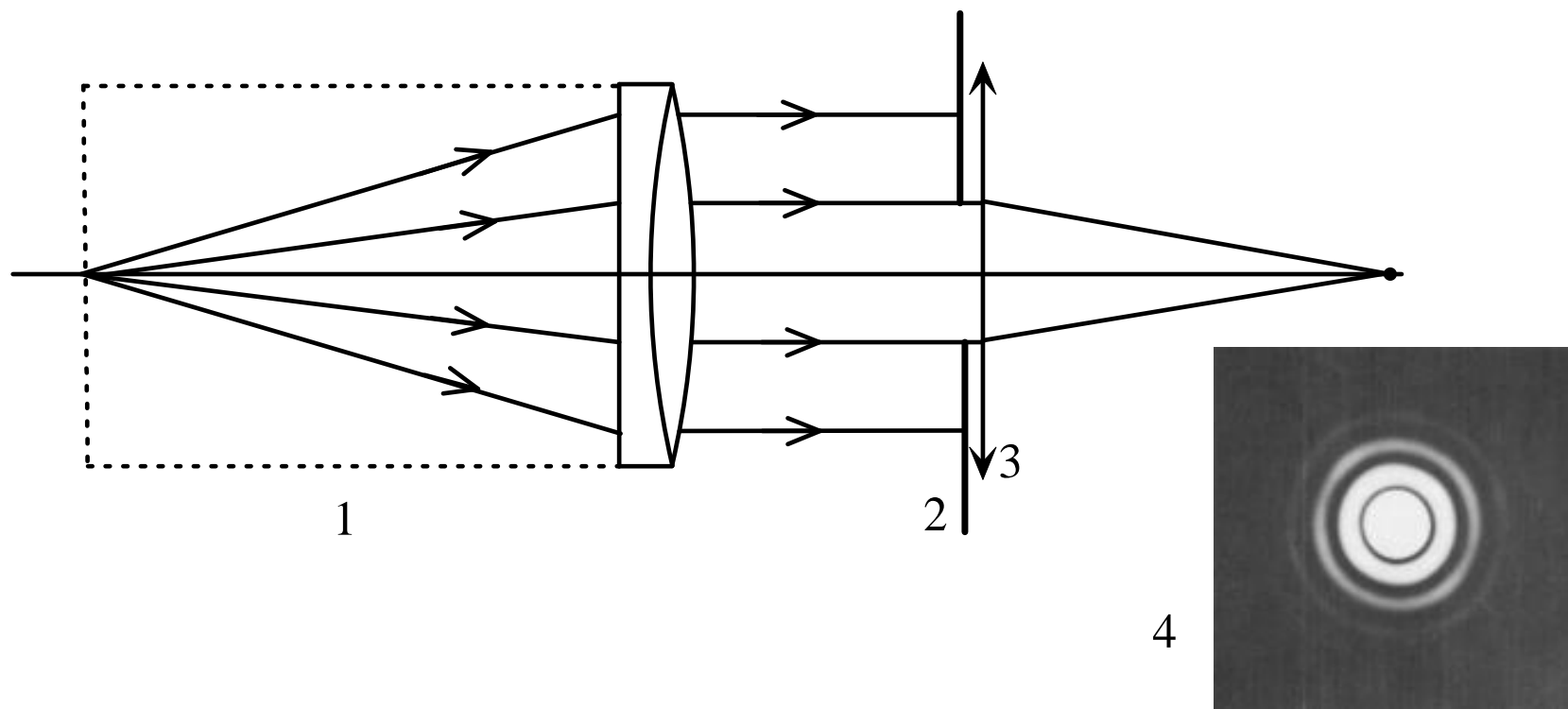
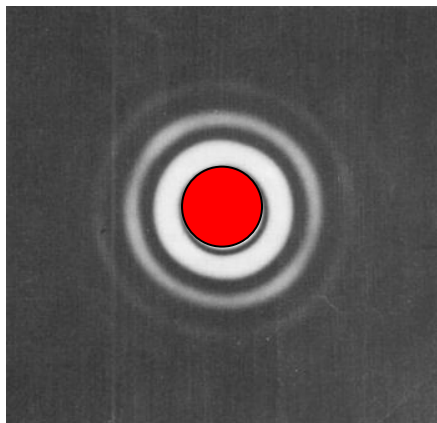


图7-1(a)

夫琅和费圆孔衍射

1 平行光管, 2 圆孔, 3 理想透镜, 4 圆孔衍射图样

2. 衍射图样及其特征



艾里斑

能量的百分比

艾里斑	83.9%
第一亮环	7.2%
第二亮环	2.8%
第三亮环	1.4%
第四亮环	0.9%
其余所有亮环	3.9%

衍射图样及其特征

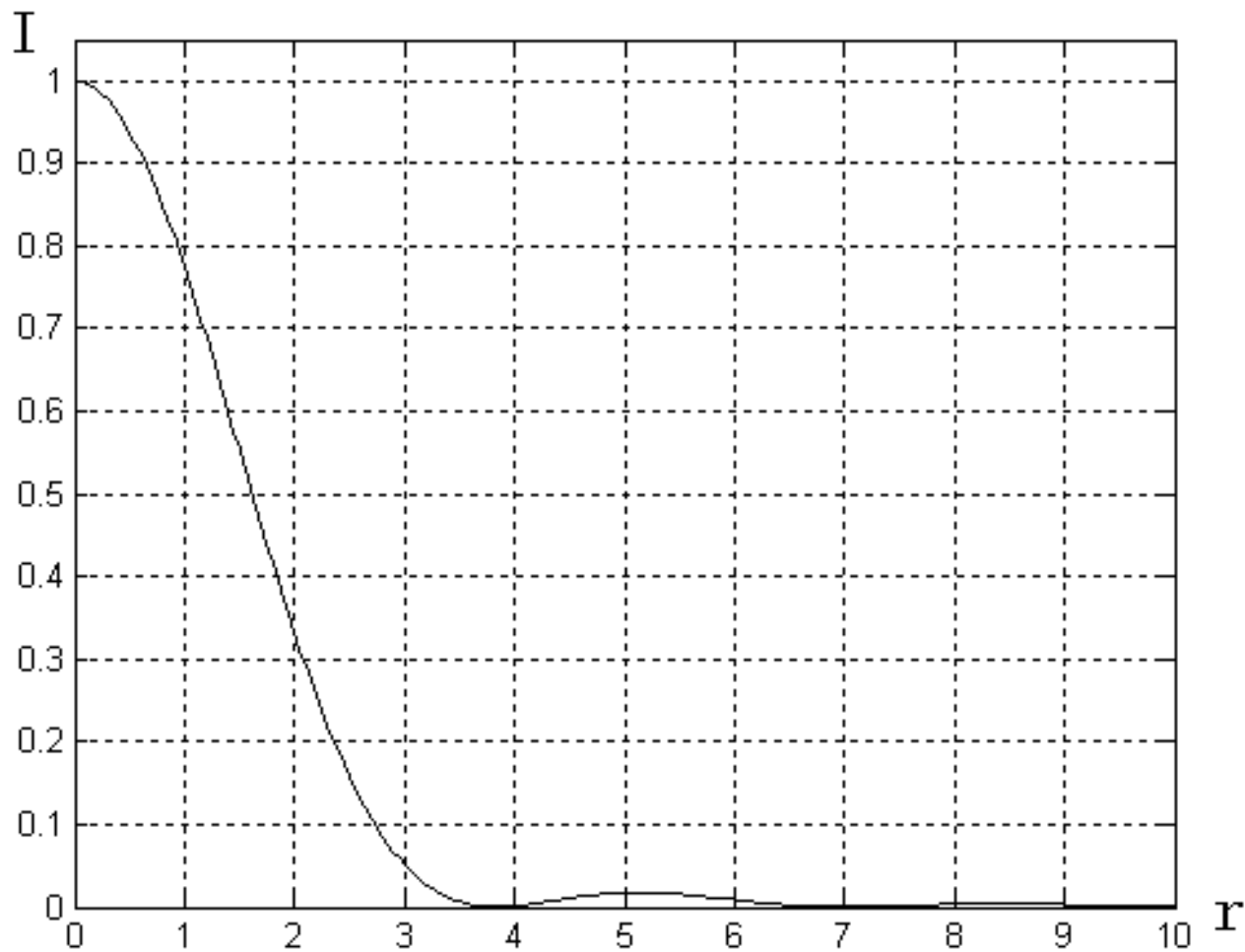


图7-1(b) 衍射图样中光强沿径向的分布

衍射图样及其特征

$$\theta' = \frac{1.22\lambda}{D} \quad (7-1)$$

考虑像空间折射率

$$\theta' = \frac{1.22\lambda_0}{n'D} \quad (7-2)$$

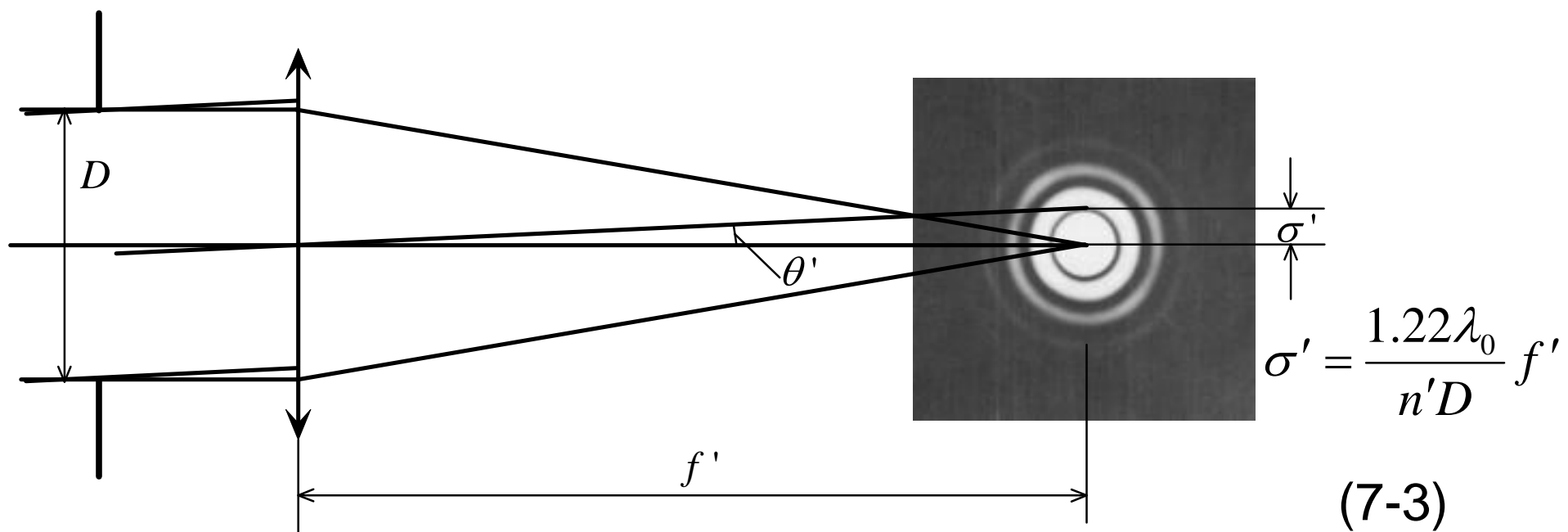


图7-1(c) 艾里斑的角半径 θ'

衍射图样及其特征

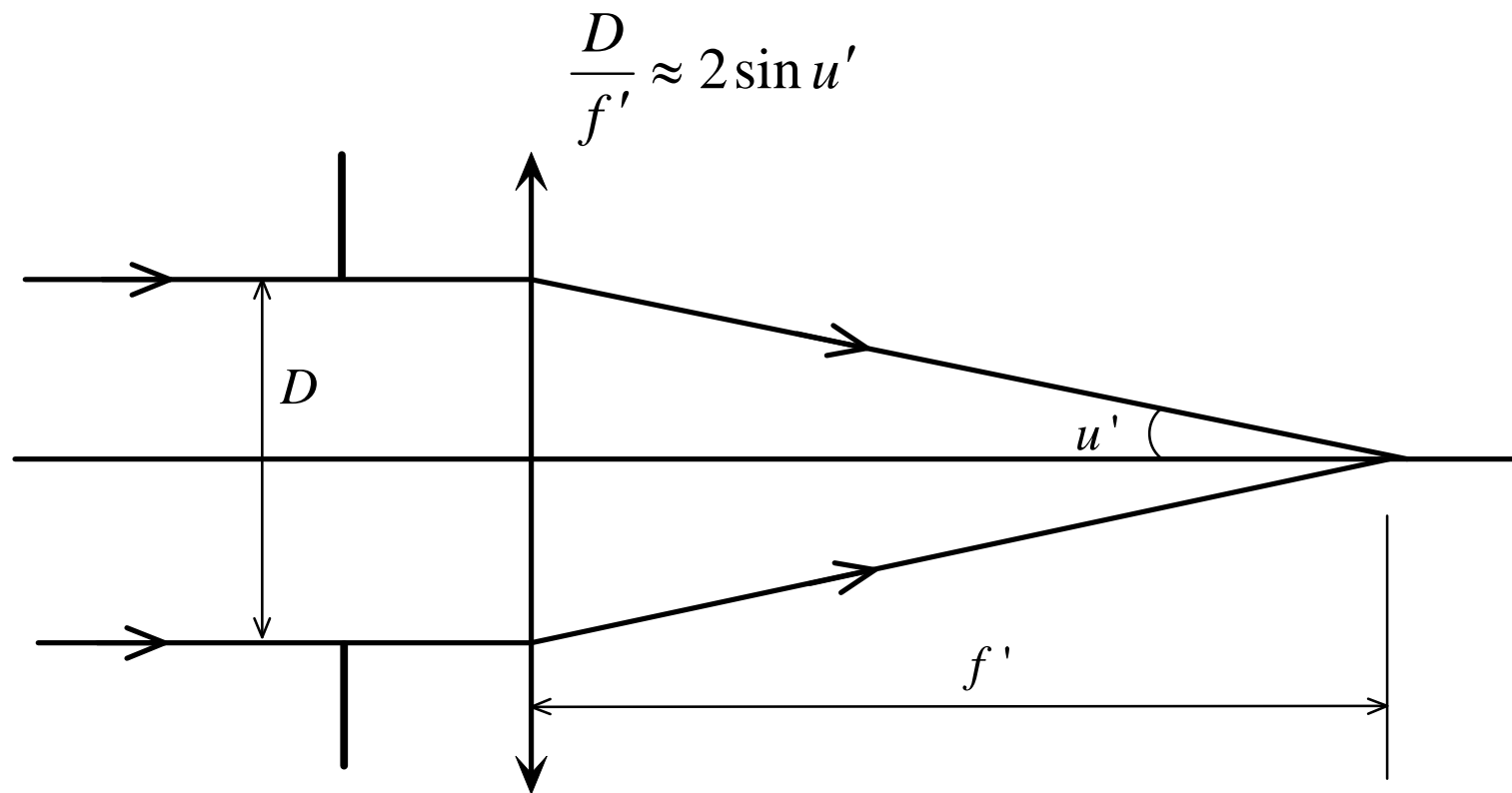


图7-1(d) 理想透镜的像方孔径角 u'

艾里斑的直径

$$d_{Air} = 2\sigma' = \frac{1.22\lambda_0}{n' \sin u'}$$

(7-4)

衍射图样及其特征

①实验系统相同，所用光波波长愈短则艾里斑愈小；

②理想透镜像方空间中的媒质折射率愈高则艾里斑愈小；

③理想透镜像方孔径角愈大则艾里斑愈小。

7.3

衍射分辨率与瑞利判据

物面上的两个物点靠的有多近，从像面上的艾里斑重叠情况看，还能判断出它们是两个点

仅考虑衍射效应的分辨率为衍射分辨率。

7.3 衍射分辨率与瑞利判据

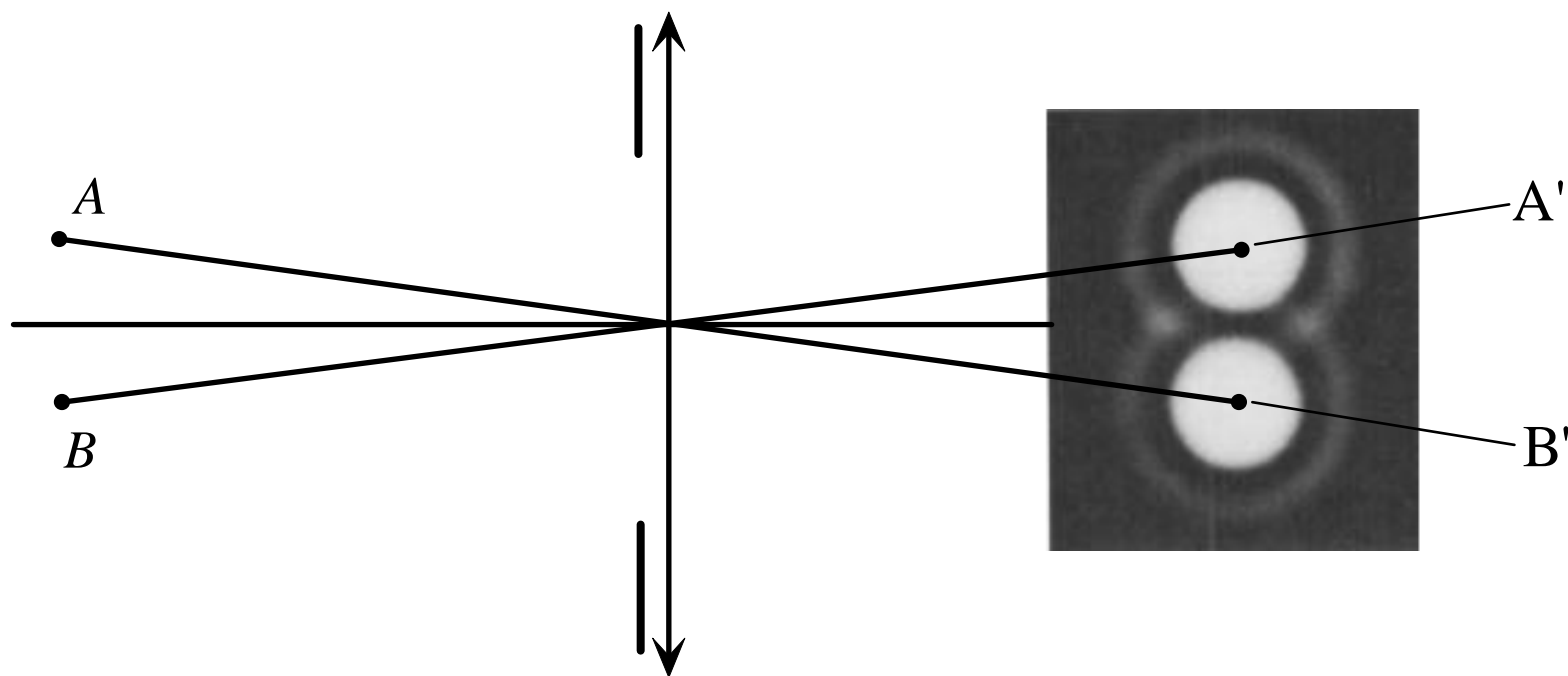


图7-2(a) 两个点物的衍射像

7.3 衍射分辨率与瑞利判据

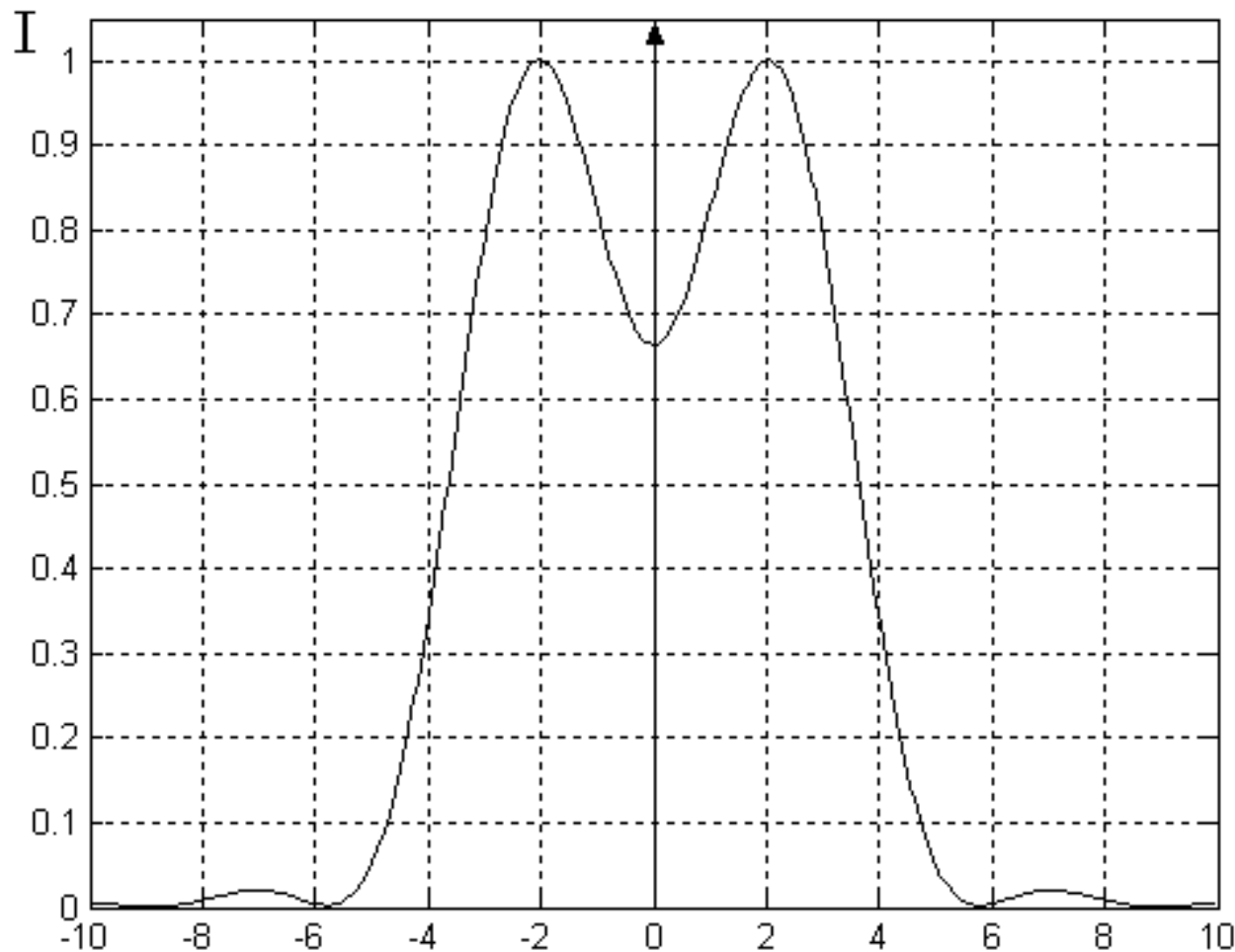


图7-2(b) 部分重叠的两个艾里斑的光强合成曲线

7.3 衍射分辨率与瑞利判据

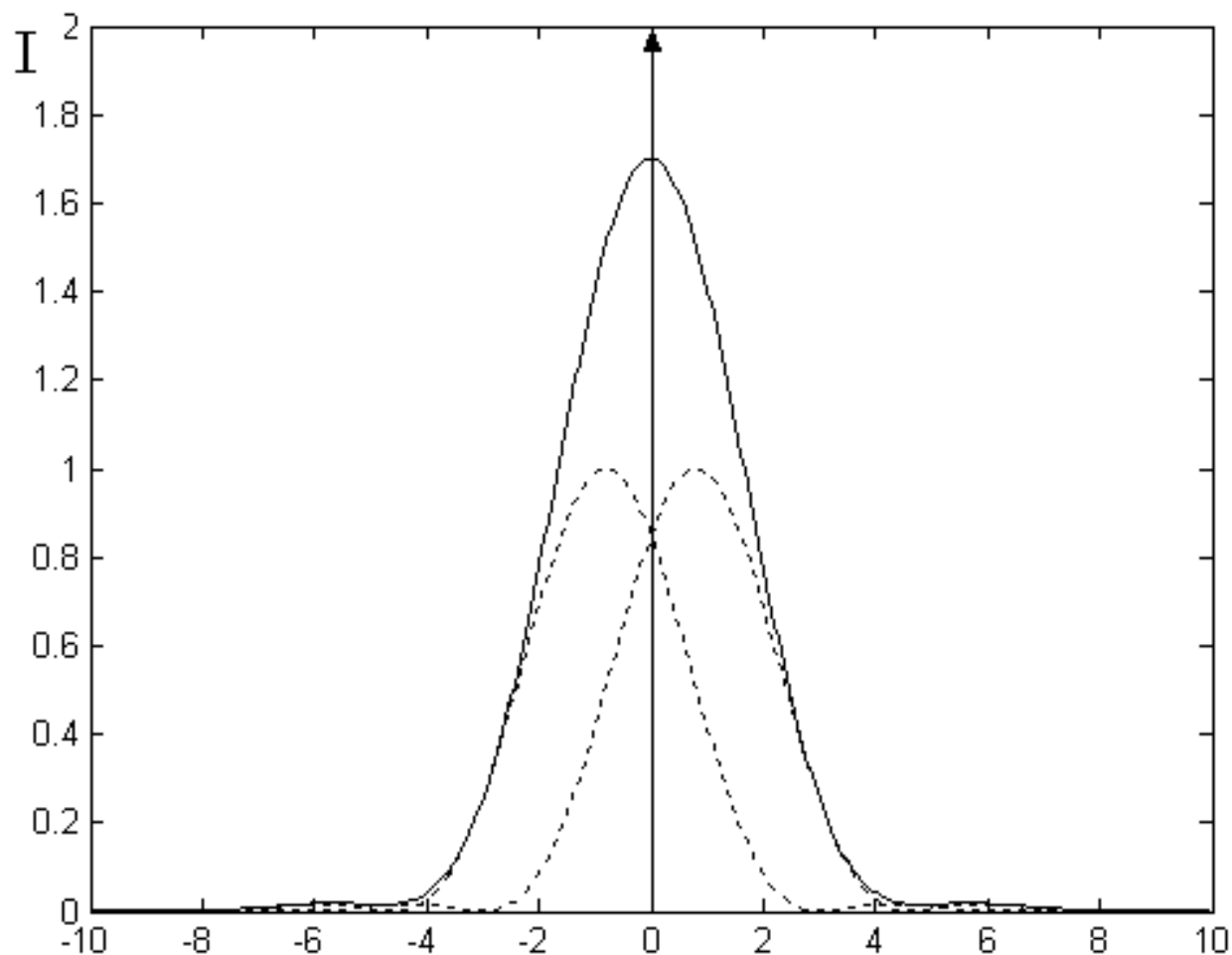


图7-2(c) 几乎重叠的两个艾里斑的光强合成曲线

7.3 衍射分辨率与瑞利判据



瑞利判据： 两个像点间能够分辨的最短距离约等于艾里斑的半径：

$$\sigma' = \frac{0.61\lambda_0}{n' \sin u'}$$

图7-3 刚能分辨的两个像点

瑞利判据下， $\kappa = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{min}}$ 值为15%。

7.4

人眼的分辨率

眼睛前面的物方两物点相距多小的角距离时人眼还是可分辨的？

7.4人眼的分辨率

瞳孔直径：2mm

敏感波长：550nm

后室折射率： $n' = 1.337$

因为 $\gamma = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} = \frac{n}{n'}$ (主面处 $\beta = 1$)

$$\theta = n' \theta' = \frac{1.22 \lambda_0}{D}$$

数值代入得：

$$\theta = 1.22 \frac{550nm}{2mm} \approx 3.4 \times 10^{-4} rad \approx 1'$$

7.5

望远镜系统的分辨率

望远镜系统的分辨率用物方两点对望远物镜的物方主点的张角大小来描述

7.5 望远镜系统的分辨率

入瞳直径: D

敏感波长: $\lambda_0 = 550nm$

物镜像方折射率: $n' = 1$

根据式(7-2)

$$\theta = \theta' = \frac{1.22\lambda_0}{D}$$

数值代入得:

$$\theta = \frac{1.22 \times 0.00055}{D(mm)} \times 206000'' = \left[\frac{140}{D(mm)} \right]'' \quad (7-5)$$

7.5 望远镜系统的分辨率

考虑人眼生理特性的限制。通过望远镜观察物方的两个发光点时，这两个点通过望远镜所成的像对人眼的张角应该等于或大于人眼分辨角，即：

$$\operatorname{tg} \omega' \geq \operatorname{tg} 1'$$

衍射分辨率要求：

$$\operatorname{tg} \omega \geq \operatorname{tg} \left[\frac{140}{D} \right]''$$

将 $\operatorname{tg} \omega' = \operatorname{tg} 1'$ $\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \left[\frac{140}{D} \right]''$ 代入望远镜的视角放大率式有：

$$\Gamma_t = \frac{D}{2.3}$$

(7-6)

望远镜的有效放大率 Γ_t'

7.6

显微镜系统的分辨率

对于显微镜，人们关心的是
物方相邻多近的两个点可以
被显微镜系统分辨

7.6 显微镜系统的分辨率

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \beta \quad (7-7)$$

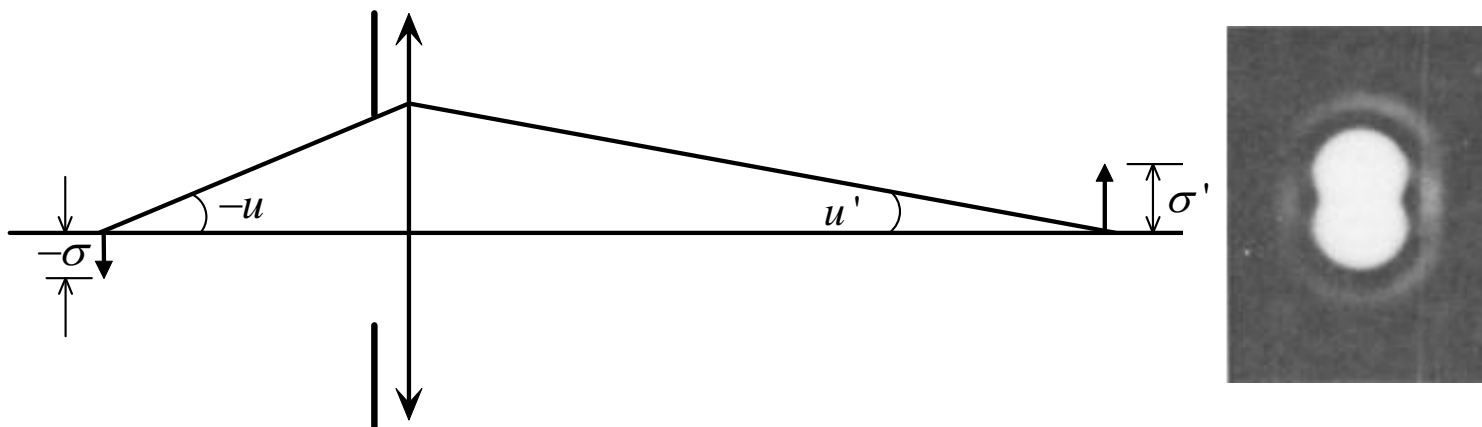


图7-4 显微物镜的分辨率

7.6 显微镜系统的分辨率

近轴光学中

$$\beta = \frac{nu}{n'u'} \quad (7-8)$$

光学上正弦条件:

$$\frac{u}{u'} = \frac{\sin u}{\sin u'} \quad (7-9)$$



$$\sigma = \frac{\sigma'}{\beta} = \frac{0.61\lambda_0}{n \sin u} \quad (7-10)$$

数值孔径 NA

(1). 增大显微物镜的数值孔径是提高显微物镜分辨率的主要途径之一：一是增大孔径角；二是增大物方空间媒质折射率。

(2). 选择短波长光源照明，是提高显微物镜分辨率的另外一个途径。

7.6 显微镜系统的分辨率

分辨率匹配问题

一次实像面上艾里斑的半径

$$\sigma' = \frac{0.61\lambda_0}{n' \sin u'} = \beta \frac{0.61\lambda_0}{NA} \quad (7-11)$$

目镜的张角

$$\omega' = \frac{\sigma'}{f'_e} \times 3438' = \beta \frac{250}{f'_e} \cdot \frac{0.61\lambda_0}{250NA} \times 3438' = \Gamma_m \frac{0.61\lambda_0}{250NA} \times 3438' \quad (7-12)$$

设计仪器时，取人眼的分辨角为 $2' \sim 4'$

$$2' \leq \omega' \leq 4'$$



$$500NA \leq \Gamma_m \leq 1000NA$$

(7-13)

7.7

照相物镜的理论分辨率

照相物镜的分辨率是以像面上每毫米内能分辨开的黑白相间的线对数来表征的

7.7 照相物镜的理论分辨率

如图7-1(d)有:

$$\sin u' \approx \frac{D}{2f'} \quad (7-14)$$

代入式(7-4)得

$$\sigma = \frac{1.22\lambda_0}{\left(\frac{D}{f'}\right)}$$

照相物镜的相对孔径

则每毫米内能分辨开的黑白线对数 ($\lambda_0 = 0.00055mm$)

$$N = \frac{1}{\sigma} \approx 1500 \frac{D}{f'} (lp/mm) \quad (7-15)$$

7.7 照相物镜的理论分辨率

讨论

A. 实际普通照相物镜是一个像差较大的系统。


一个相对孔径为0.5的普通照相物镜，如果一物点成像为直径0.01~0.03mm的弥散斑就认为像质是较好的，然而对这样的相对孔径理论上艾里斑的大小仅为0.0013mm。

B. 在照相系统中，多用感光胶片或CCD（电荷耦合器件）作接受器。

普通感光胶片的分辨率为60~80 lp/mm

CCD像素大小一般约为7 μm

照相物镜的实际分辨率远低于它的理论分辨率；为与接受器的分辨率匹配，照相物镜的像差可以放松一些用几何弥散圆来衡量。



7.8

光学系统的景深

1. 光学系统的空间像

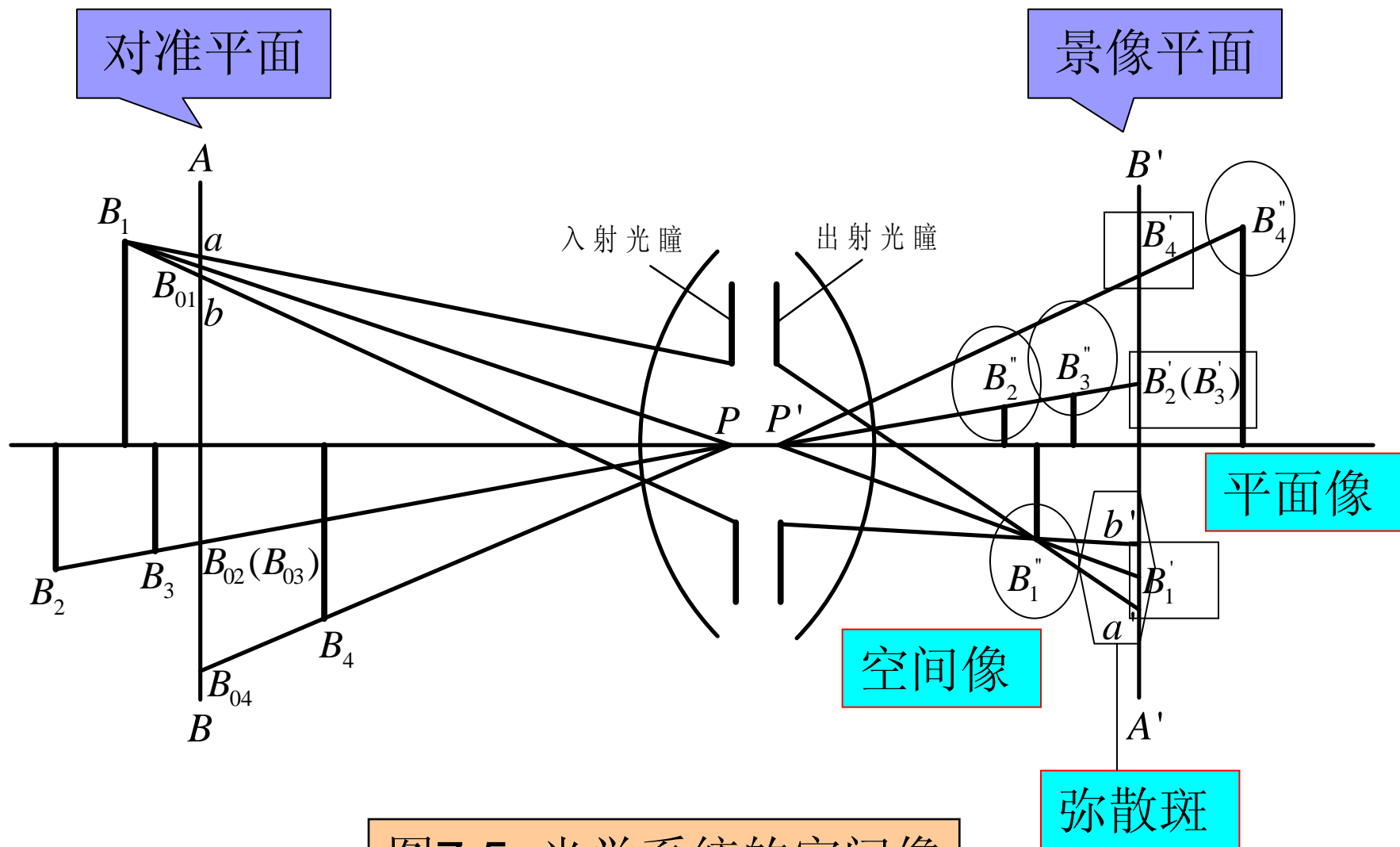


图7-5 光学系统的空间像

光学系统的空间像

投影中心前后移动，
投影像的变化和景物
是不协调的，这种现
象叫作**透视失真**。

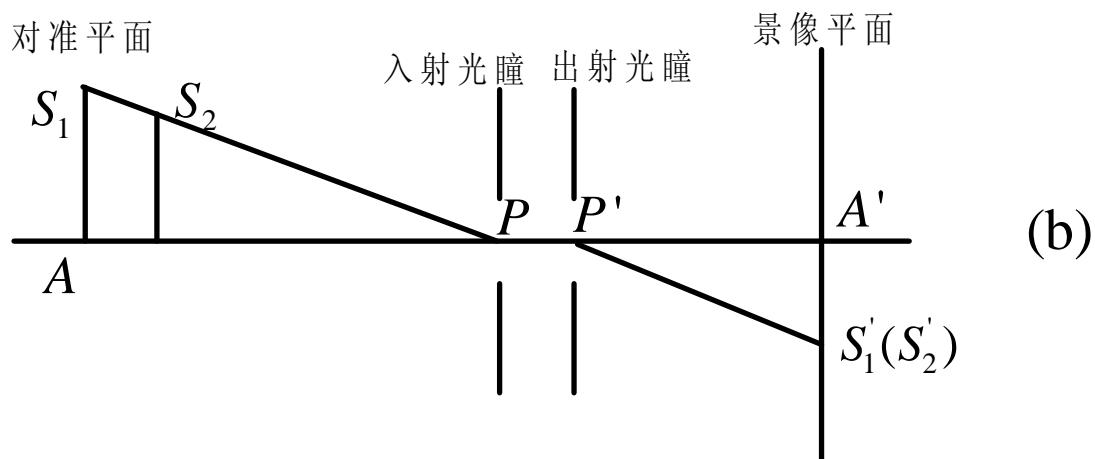
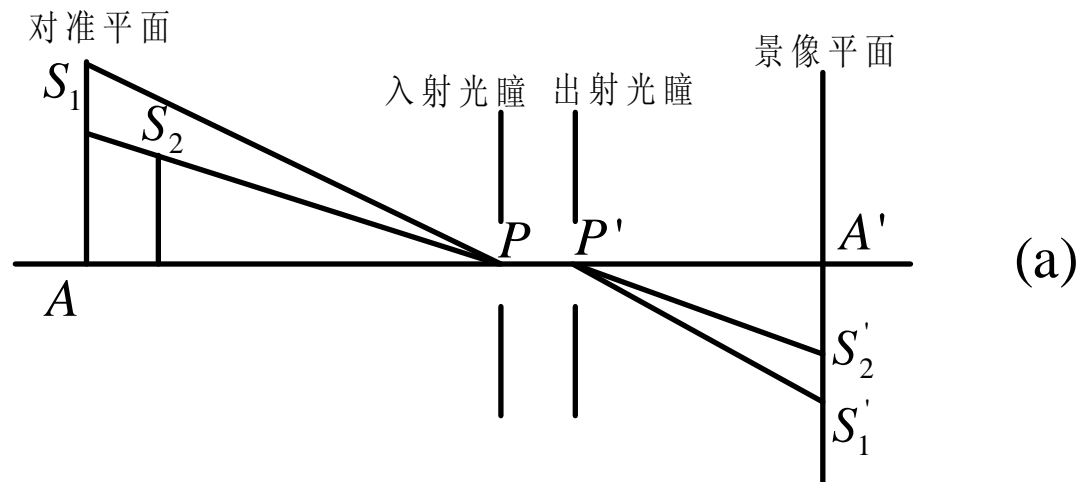


图7-6 透视失真

光学系统的空间像

锥状光束在像平面上的截面将随 ω' 的不同而不同，该现象称为**景像畸变**，圆形变成椭圆形，越在视场边缘这种现象越严重。

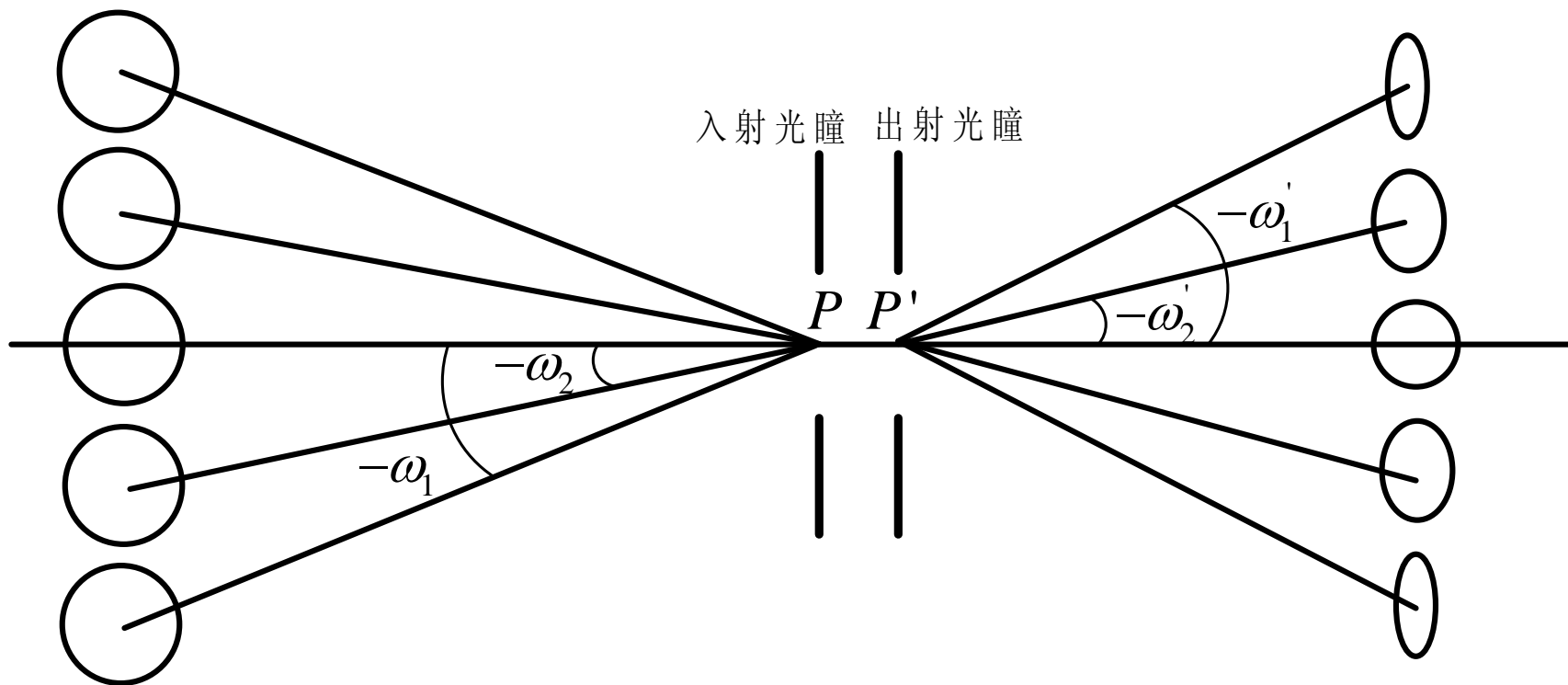


图7-7 景象畸变

2. 光学系统的景深

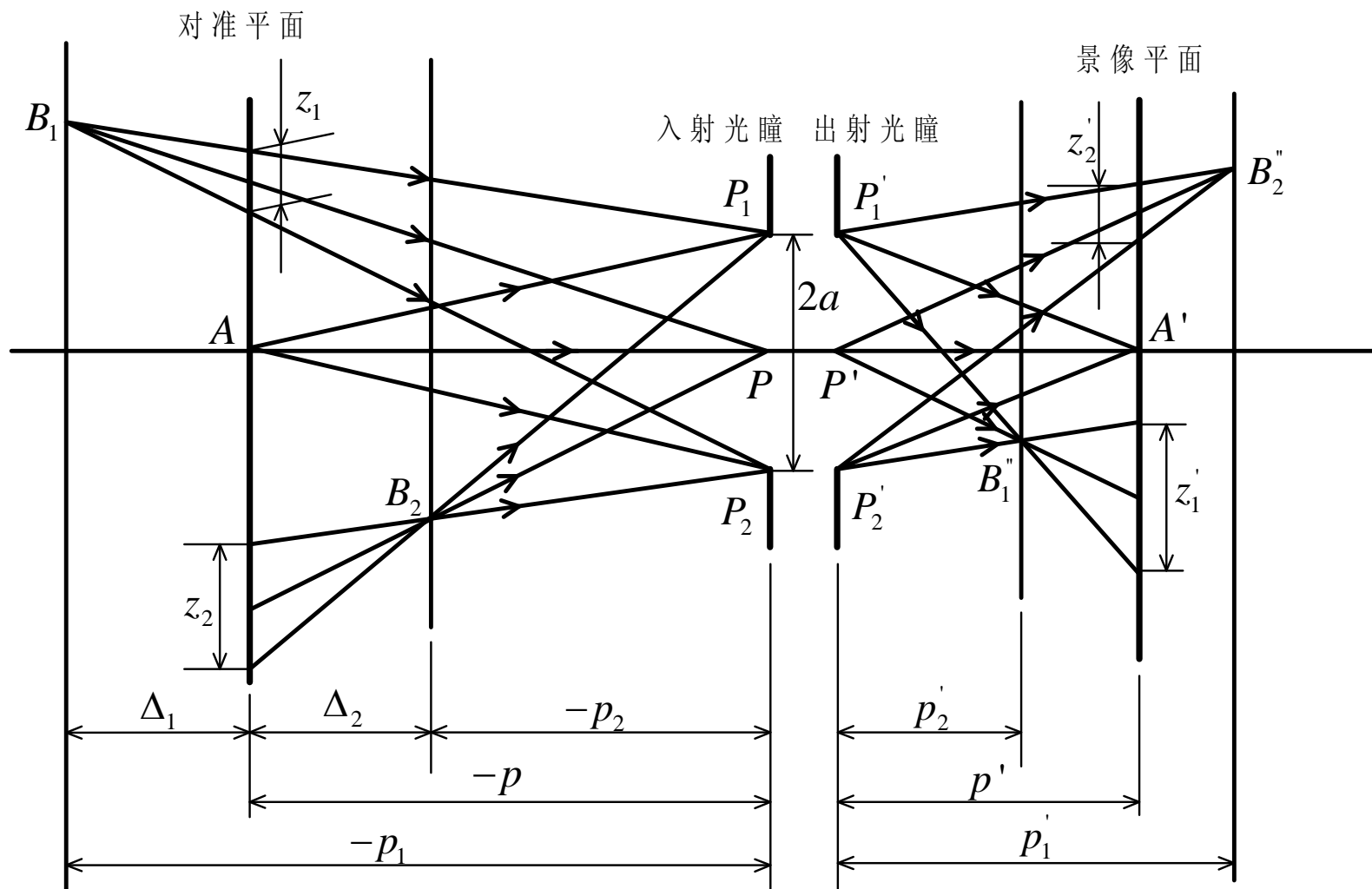


图7-8 各量的几何表示

光学系统的景深

$$z'_1 = \beta z_1 \quad z'_2 = \beta z_2$$

由相似三角形关系得：

$$\frac{z_1}{2a} = \frac{p_1 - p}{p_1}, \quad \frac{z_2}{2a} = \frac{p - p_2}{p_2}$$

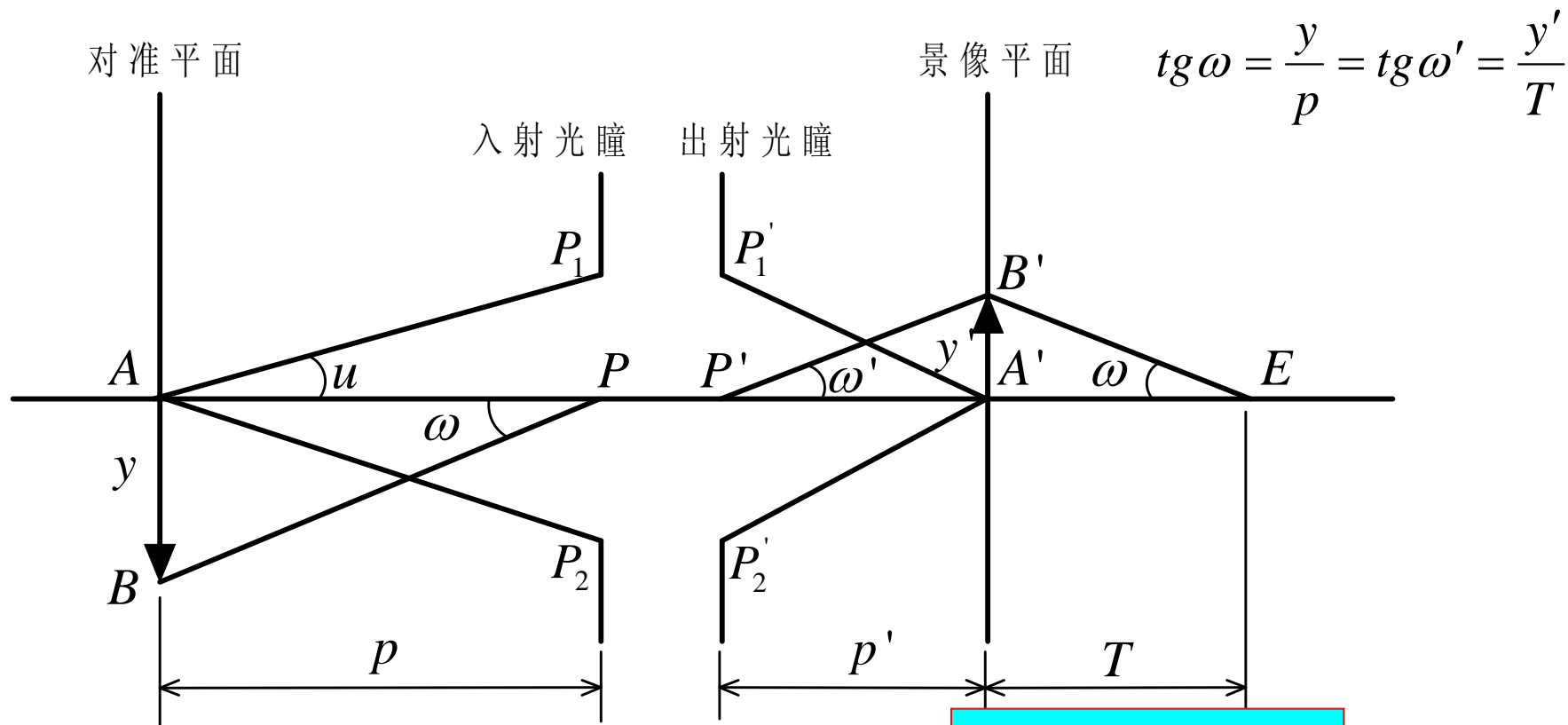
$$z_1 = 2a \frac{p_1 - p}{p_1}, \quad z_2 = 2a \frac{p - p_2}{p_2} \quad (7-16)$$



$$z'_1 = 2\beta a \frac{p_1 - p}{p_1}, \quad z'_2 = 2\beta a \frac{p - p_2}{p_2} \quad (7-17)$$

对于照相物镜，若照片上各点的弥散斑对人眼的张角小于人眼极限分辨角 $\epsilon(1\sim 2')$ ，则感觉犹似点像，可认为图像是清晰的。

光学系统的景深



正确透视距离

$$T = \frac{y'}{y} p = \beta p$$

图7-9 正确透视

光学系统的景深

景像面上或照片上弥散斑直径的允许值：

$$z' = z'_1 = z'_2 = T\varepsilon = \beta p\varepsilon$$

对应于对准平面上弥散斑的允许值：

$$z = z_1 = z_2 = \frac{z'}{\beta} = p\varepsilon$$

由式(7-16)可求得：

$$p_1 = \frac{2ap}{2a - z_1}, \quad p_2 = \frac{2ap}{2a + z_2} \quad (7-18)$$

远景深度和近景深度：

$$\Delta_1 = p_1 - p = \frac{pz_1}{2a - z_1}, \quad \Delta_2 = p - p_2 = \frac{pz_2}{2a + z_2} \quad (7-19a)$$

$$\Delta_1 = \frac{p^2\varepsilon}{2a - p\varepsilon}, \quad \Delta_2 = \frac{p^2\varepsilon}{2a + p\varepsilon} \quad (7-19b)$$

光学系统的景深

景深:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{4ap^2\varepsilon}{4a^2 - p^2\varepsilon^2} \quad (7-20)$$

由图7-9有

$$2a = 2ptgU$$

代入式(7-20) 得

$$\Delta = \frac{4p\varepsilon tgU}{4tg^2U - \varepsilon^2} \quad (7-21)$$

把光圈缩小可以获得大的空间深度的清晰像

光学系统的景深

若对准平后的整个空间都能在景像平面上成清晰像：

$$\text{即 } \Delta_1 = \infty \quad 2a - p\varepsilon = 0$$

$$\text{故有 } p = \frac{2a}{\varepsilon} \quad (7-22)$$

$$p_2 = p - \Delta_2 = p - \frac{p_2^2 \varepsilon}{2a + p\varepsilon} = \frac{p}{2} = \frac{a}{\varepsilon} \quad (7-23)$$

如果把照相物镜调焦到无限远

$$\text{即 } p = \infty$$

以 $z_2 = p\varepsilon$ 代入式(7-18)取极限得：

$$p_2 = \frac{2a}{\varepsilon} \quad (7-24)$$

光学系统的景深

例1: 设 $\varepsilon = 1' = 0.00029 \text{ rad}$, 入射光瞳直径 $2a = 10\text{mm}$

当把对准平面调焦在无限远时:

近景位置

$$p_2 = \frac{2a}{\varepsilon} = \frac{10\text{mm}}{0.00029} = 34500\text{mm} = 34.5\text{m}$$

若使远景平面在无限远:

对准平面位于

$$p = \frac{2a}{\varepsilon} = \frac{10\text{mm}}{0.00029} = 34500\text{mm}$$

近景位置

$$p_2 = \frac{p}{2} = \frac{34500\text{mm}}{2} = 17250\text{mm} = 17.25\text{m}$$

光学系统的景深

例2: 仍设 $\varepsilon = 1' = 0.00029 \text{ rad}$, 入射光瞳直径 $2a = 10\text{mm}$

使物镜调焦在 10m 处, 即 $p = 10000\text{mm}$

按式(7-19b)

$$\Delta_2 = \frac{p^2 \varepsilon}{2a + p\varepsilon} = \frac{10000^2 \text{mm}^2 \times 0.00029}{10\text{mm} + 10000\text{mm} \times 0.00029}$$
$$= 2250\text{mm} = 2.25\text{m}$$

$$p_2 = p - \Delta_2 = 10\text{m} - 2.25\text{m} = 7.75\text{m}$$

$$\Delta_1 = \frac{10000^2 \text{mm}^2 \times 0.00029}{10\text{mm} - 10000\text{mm} \times 0.00029} = 4080\text{mm} = 4.08\text{m}$$

$$p_1 = p + \Delta_1 = 10\text{m} + 4.08\text{m} = 14.08\text{m}$$

可得景深

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 4.08\text{m} + 2.25\text{m} = 6.33\text{m}$$

7.9

数码照相机镜头的景深

7.9 数码相机镜头的景深

接收元件	CCD
接收元件尺寸	$1/3in$ ($3.6 \times 4.8mm$, 对角线长 $6mm$)
像素数	640×480
像素尺寸	$7.5\mu m$
镜头相对孔径	$f'/2$
镜头焦距	$4.8mm$
注明的景深	$533mm$ 至无穷远

表7-1 数码相机有关参数

7.9 数码相机镜头的景深

设接收器 CCD 安放在数码相机镜头的像方焦平面上，即位于无穷远物体的理想像平面处

物距 $x(m)$	像距 $x'(\mu m)$	弥散斑直径 (μm) (调焦至 ∞)
∞	0	0
3	7.68	3.84
2	11.5	5.75
1	23.0	11.54
0.5	46.1	23

表7-2 物距、像距及弥散斑直径

7.9 数码相机镜头的景深

将接收器 CCD 放在物体位于1米处的理想像平面处：

最大的弥散斑仅为 $11.5\mu m$

物距 $x(m)$	距 $CCD(\mu m)$	弥散斑直径 (μm) (调焦至 $1m$)
∞	-23	11.5
3	-15.3	7.7
2	-11.5	5.75
1	0	0
0.5	23	11.5

表7-3 调焦至1m时不同物距对应的弥散斑

7.9 数码照相机镜头的景深

比较

胶片或CCD上的弥散斑直径为：

$$\delta = x' \cdot \frac{D}{f'} = -\frac{f'^2}{x} \cdot \frac{D}{f'} \quad (7-25)$$

故角弥散斑为：


$$\zeta = \frac{\delta}{f'} = -\frac{f'^2}{x} \cdot \frac{D}{f'} \cdot \frac{1}{f'} \quad (7-26)$$

$$\begin{cases} \zeta_1 = \left(-\frac{f_1'^2}{x_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f_1'}\right) \\ \zeta_2 = -\frac{f_2'^2}{x_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f_2'} \end{cases} \quad (7-27)$$

$$\text{要求 } \zeta_1 = \zeta_2 \quad (7-28)$$

$$\text{所以 } x_2 = x_1 \cdot \frac{f_2'}{f_1'} \quad (7-29)$$

当数码相机镜头的景深范围为1.5m至 ∞ 时，照相物镜的景深范围则是从 $1.5m \times \frac{35}{4.8} \approx 11m$ 到 ∞ 。



7.10

显微镜系统的景深

几何景深、物理景深和调节景深

1. 几何景深

弥散斑

$$\delta \approx 2\Delta x' \cdot u' \quad (7-30)$$

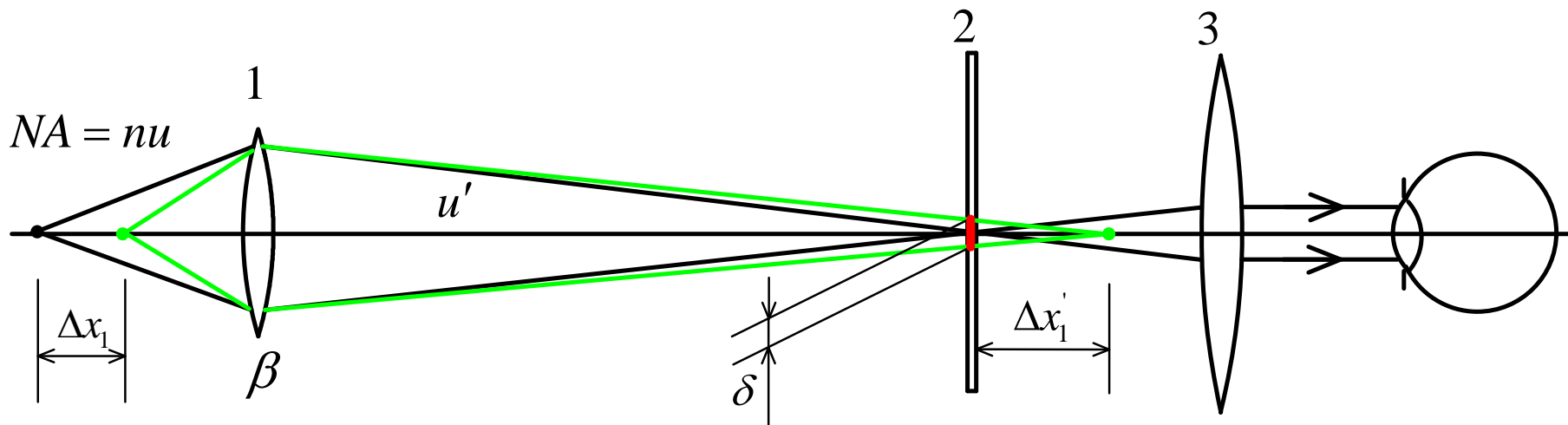


图7-10 显微镜的几何景深

几何景深

对人眼的张角：

$$\theta = \frac{\delta}{f'_e} \quad (7-31)$$

要小于或等于人眼们分辨角：

$$2\Delta x' \cdot u' \leq \varepsilon f'_e \quad (7-32)$$

利用轴向放大率和横向放大率间的关系式得到：

$$\Delta x = \frac{n\Delta x'}{\beta^2} = \frac{1}{2}n \frac{\varepsilon f'_e}{\beta^2 u'} \quad (7-33)$$

根据 $\beta = \frac{nu}{n'u'}$ ：

$$\Delta x = \frac{1}{2}n \frac{\varepsilon 250}{NA \cdot \beta \frac{250}{f'_e}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{250n\varepsilon}{NA \cdot \Gamma_m} \quad (7-34)$$

总的几何景深：

$$\Delta_g = 2\Delta x = \frac{250n\varepsilon}{NA \cdot \Gamma_m} \quad (7-35)$$

2. 物理景深


衍射

由于衍射效应，沿光轴方向的光能分布是一个 *Sinc* 函数：

$$I(\xi, 0) = \left\{ \frac{\sin \xi/4}{\xi/4} \right\}^2 I_0 \quad (7-36) \quad \xi = \frac{2\pi}{\lambda} u'^2 z'$$

一般认为光强的变化在20%以内时是难以区分的。即：

$$\left\{ \frac{\sin \xi/4}{\xi/4} \right\}^2 = 0.8$$


$$\xi = 3.2 \quad \Delta z' = 3.2 \frac{\lambda}{2\pi u'^2} \approx \frac{\lambda}{2u'^2} \quad (7-37)$$

$$\Delta z = \frac{1}{\alpha} \Delta z' = \frac{n}{n'} \cdot \left(\frac{n' u'}{n u} \right)^2 \cdot \frac{\lambda}{2u'^2} = n \frac{\lambda}{2NA^2} \quad (7-38)$$

总的物理景深：

$$\Delta_p = 2\Delta z = \frac{n\lambda}{NA^2} \quad (7-39)$$

3. 调节景深

眼睛调节

眼睛有调节功能，能看清一定范围内远近不同的物体。

设人眼通过调节能看清的最远距离为 x_1'' ；最近距离为 x_2'' 。

因为显微镜的出瞳可近似看成与目镜的像方焦平面重合，所以在目镜的物方分别有：

$$x_1' = -\frac{f_e'^2}{x_1''} \quad (7-40)$$

$$x_2' = -\frac{f_e'^2}{x_2''} \quad (7-41)$$

换算到显微镜物方范围，则调节景深：

$$\Delta_a = x_1 - x_2 = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta_o^2} (x_1' - x_2') \quad (7-42)$$

$$n' = 1$$

$$\Delta_a = \frac{250n}{\Gamma_m^2} \left(\frac{1}{x_2''} - \frac{1}{x_1''} \right) \quad (7-43)$$


调节景深

对于30岁左右的中年人来说，若其视力正常，则调节范围约为7个屈光度，代入上式可得调节景深：

$$\begin{aligned}\Delta_a &= 0.001 \times 7 \times 250^2 \frac{n}{\Gamma_m^2} \\ &= 437.5 \frac{n}{\Gamma_m^2}\end{aligned}$$

显微镜的景深是上述三项之和，即：

$$\Delta_m = \Delta_g + \Delta_p + \Delta_a \quad (7-44)$$



7.11

光度学中的物理量

几何景深、物理景深和调节景深

1. 辐射度学中的物理量

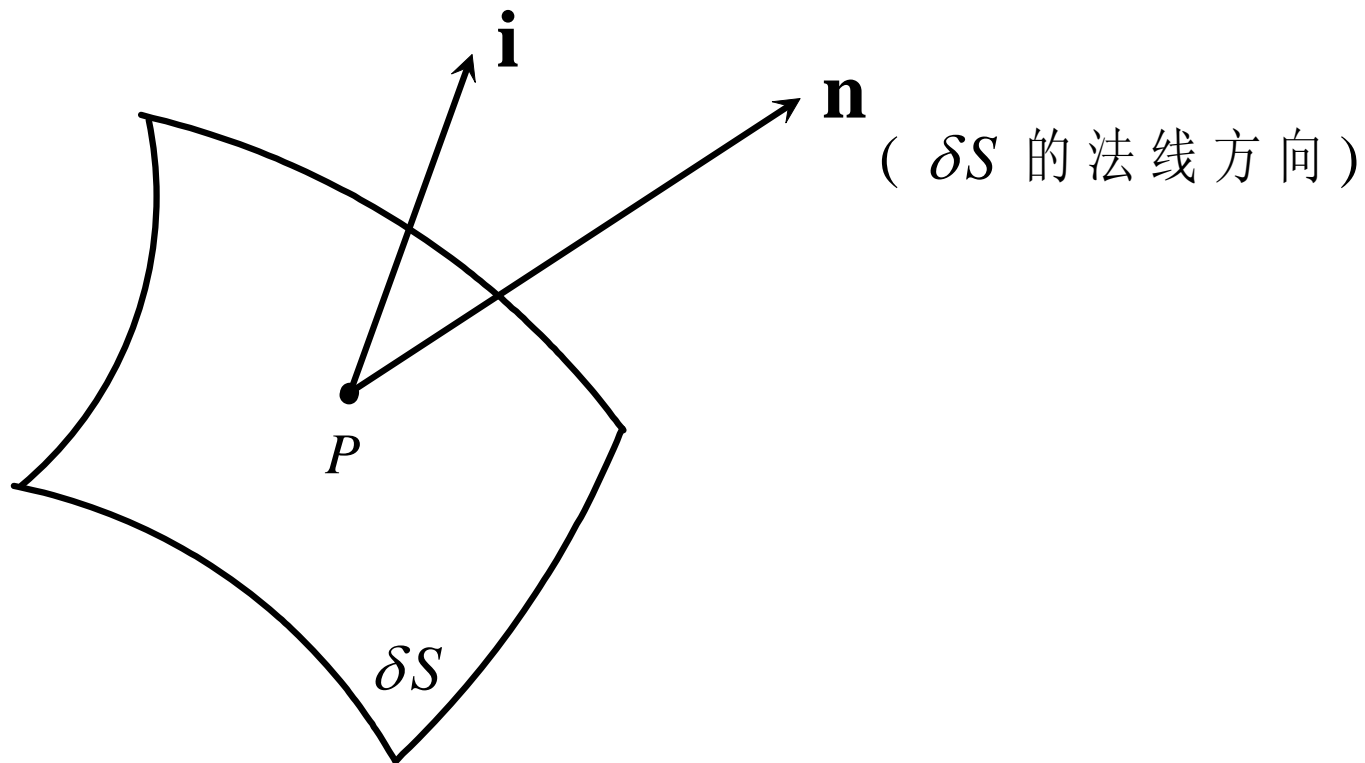


图7-11 电磁辐射源面元 δS

辐射度学中的物理量

在单位时间内，从 δS 上沿方向 \mathbf{i} 向微小立体角元 $\delta\Omega$ 辐射的电磁能通量 δF 为，它可以表达为下面的形式：

$$\delta F = B \cdot \cos\theta \cdot \delta S \cdot \delta\Omega \quad (7-45)$$

单位时间内辐射出来的电磁能

点 \mathbf{r} 处沿方向 \mathbf{i} 的辐亮度

$$B = B(\mathbf{r}; \mathbf{i}) \quad (7-46)$$

$$B(\mathbf{r}; \mathbf{i}) = \frac{\delta F}{\cos\theta \cdot \delta S \cdot \delta\Omega} \quad (7-47)$$

辐射度学中的物理量

$$\delta F = \delta I \cdot \delta \Omega = \delta E \cdot \delta S \quad (7-48)$$

$$\delta I = \frac{\delta F}{\delta \Omega} = B \cdot \cos \theta \cdot \delta S$$

(7-49)

$$\delta E = \frac{\delta F}{\delta S} = B \cdot \cos \theta \cdot \delta \Omega$$

(7-50)

$$I(\mathbf{i}) = \int B \cos \theta dS$$

(7-51)

$$E(\mathbf{r}) = \int B \cos \theta d\Omega$$

(7-52)

方向 \mathbf{i} 的辐射强度

\mathbf{r} 处的辐照度

如果辐射是各向同性的，即 B 与方向无关。则：

$$I(\mathbf{i}) = I_0 \cos \theta \quad (7-53)$$

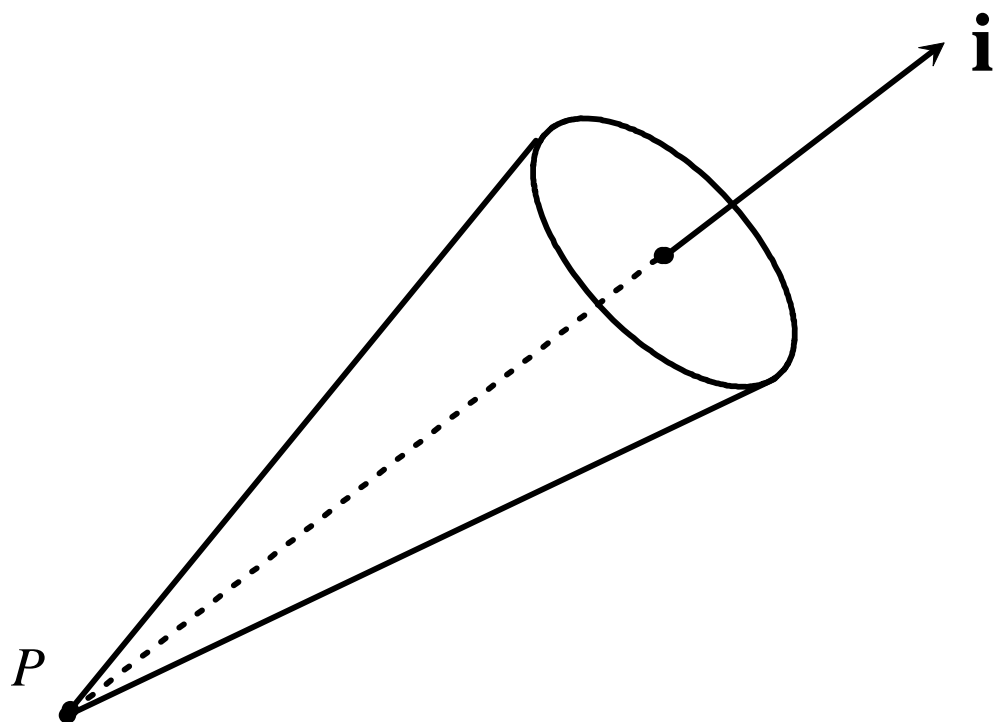
$$I_0 = \int B(\mathbf{r}) dS \quad (7-54)$$

朗伯（余弦）定律

漫发射

漫反射

辐射度学中的物理量



点源沿 \mathbf{i} 方向的辐射强度:

$$I = \frac{\delta F}{\delta \Omega} \quad (7-55)$$

立体角的定义:

$$\cos \theta \cdot dS = r^2 \cdot d\Omega \quad (7-56)$$

辐照度:

$$E = \frac{\delta F}{\delta S} = \frac{I \cdot \cos \theta}{r^2} \quad (7-57)$$

图7-12 以点源为顶点的立体角元

平方反比定律

2. 光度学中的物理量

人眼对辐射通量的响应不仅取决于辐射通量本身的强弱，而且取决于携带辐射通量的电磁波波长。

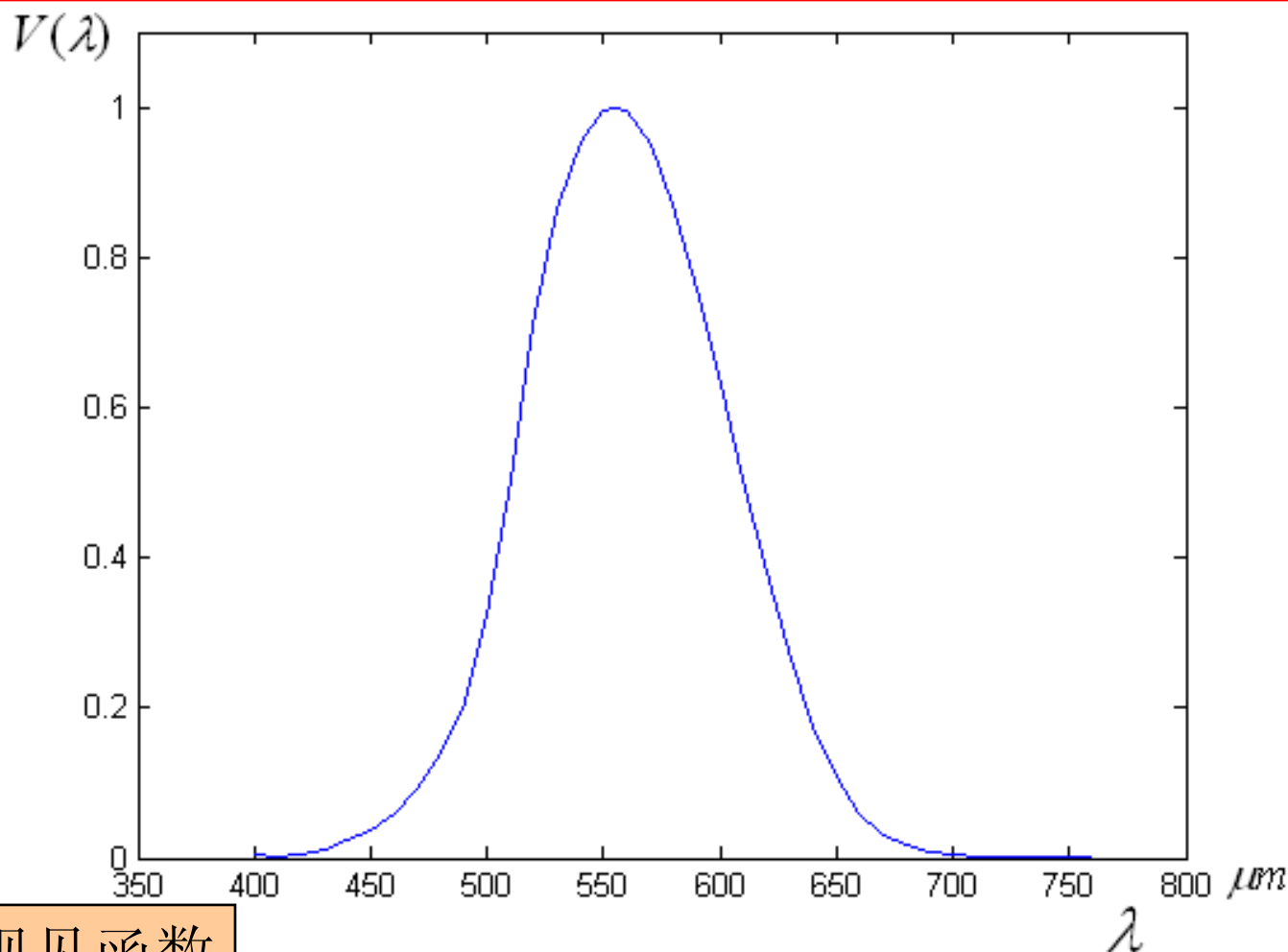


图7-13 人眼的视见函数

光度学中的物理量

将视见函数 $V(\lambda)$ 引入，对辐射通量去作折算，得到的是与人眼响应成正比的通量——**光通量** F_V (流明 lm)

$$dF_V(\lambda) = V(\lambda)dF(\lambda) \quad (7-58)$$

换算成流明则上式成为：

$$dF_V(\lambda) = KV(\lambda)dF(\lambda) \quad (7-59)$$

$$dF_V(\lambda) = KV(\lambda) \left(\frac{dF(\lambda)}{d\lambda} \right) d\lambda \quad (7-60)$$

$$F_V = K \int_0^{\infty} V(\lambda) \frac{dF(\lambda)}{d\lambda} d\lambda \quad (7-61)$$

光谱密集度函数

$$F_V = K \int_{0.38}^{0.77} V(\lambda) \frac{dF(\lambda)}{d\lambda} d\lambda \quad (7-62)$$

光度学中的物理量

光亮度 $B_V(\mathbf{r}; \mathbf{i}) = \frac{\delta F_V}{\cos \theta \cdot \delta S \cdot \delta \Omega} \quad (7-63)$

$$\text{cd/cm}^2$$

光强度 $\delta I_V = \frac{\delta F_V}{\delta \Omega} = B_V \cdot \cos \theta \cdot \delta S \quad (7-64)$

$$\text{坎德拉} \\ \text{cd}$$

$I_V(\mathbf{i}) = \int B_V \cos \theta dS \quad (7-66)$

光照度 $\delta E_V = \frac{\delta F_V}{\delta S} = B_V \cdot \cos \theta \cdot \delta \Omega \quad (7-65)$

$$\text{lm/m}^2$$

$E_V(\mathbf{r}) = \int B_V \cos \theta d\Omega \quad (7-67)$

勒克斯 lx

3. 像的光亮度和光照度

$$\delta F_V = B_V \cos u \cdot \delta S \cdot \delta \Omega \quad (7-68)$$

$$\delta \Omega = 2\pi \cdot \sin u \cdot \delta u \quad (7-69)$$

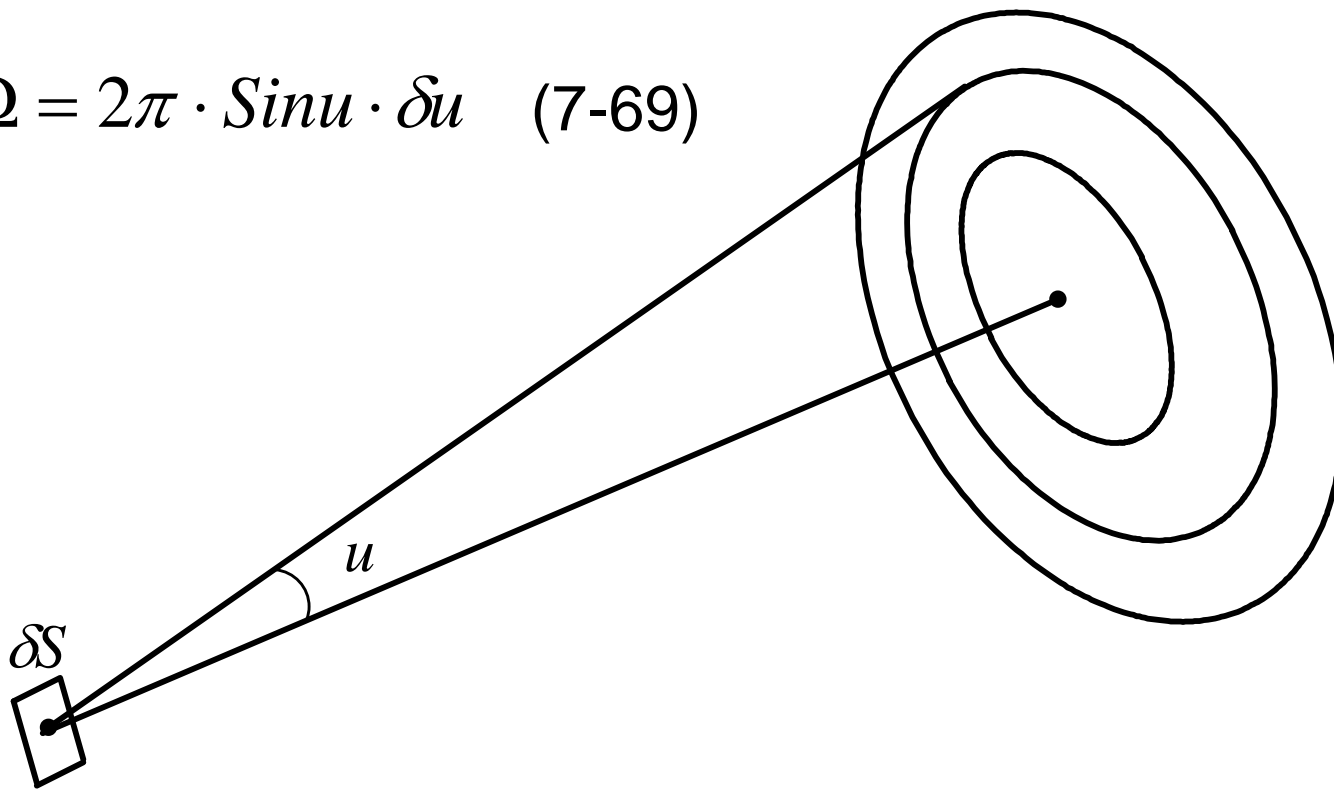


图7-14 入瞳上的环元及光线

像的光亮度和光照度

$$\text{不变量 } \frac{B_V}{n^2}$$

单位时间内辐射到入瞳上的总的光通量:

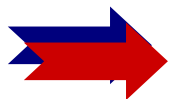
$$\begin{aligned} F_V &= 2\pi B_V \delta S \int_0^{u_M} \sin u \cdot \cos u \cdot du \\ &= \pi B_V \cdot \delta S \cdot \sin^2 u_M \end{aligned} \quad (7-70)$$

同理, 从出射光瞳射出的光通量:

$$F'_V = \pi B'_V \cdot \delta S' \cdot \sin^2 u'_M \quad (7-71)$$

根据能量守恒定律:

$$B'_V \cdot \delta S' \cdot \sin^2 u'_M \leq B_V \cdot \delta S \cdot \sin^2 u_M \quad (7-72)$$



$$\frac{B'_V}{n'^2} \leq \frac{B_V}{n^2} \quad (7-75)$$

$$\frac{\delta S'}{\delta S} = \beta^2 \quad (7-73)$$

$$\frac{n \sin u_M}{n' \sin u'_M} = \beta \quad (7-74)$$

像的光亮度和光照度

忽略光在光学系统内的损失：

$$F'_V = \pi \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B_V \cdot \delta S' \cdot \sin^2 u'_M \quad (7-76)$$

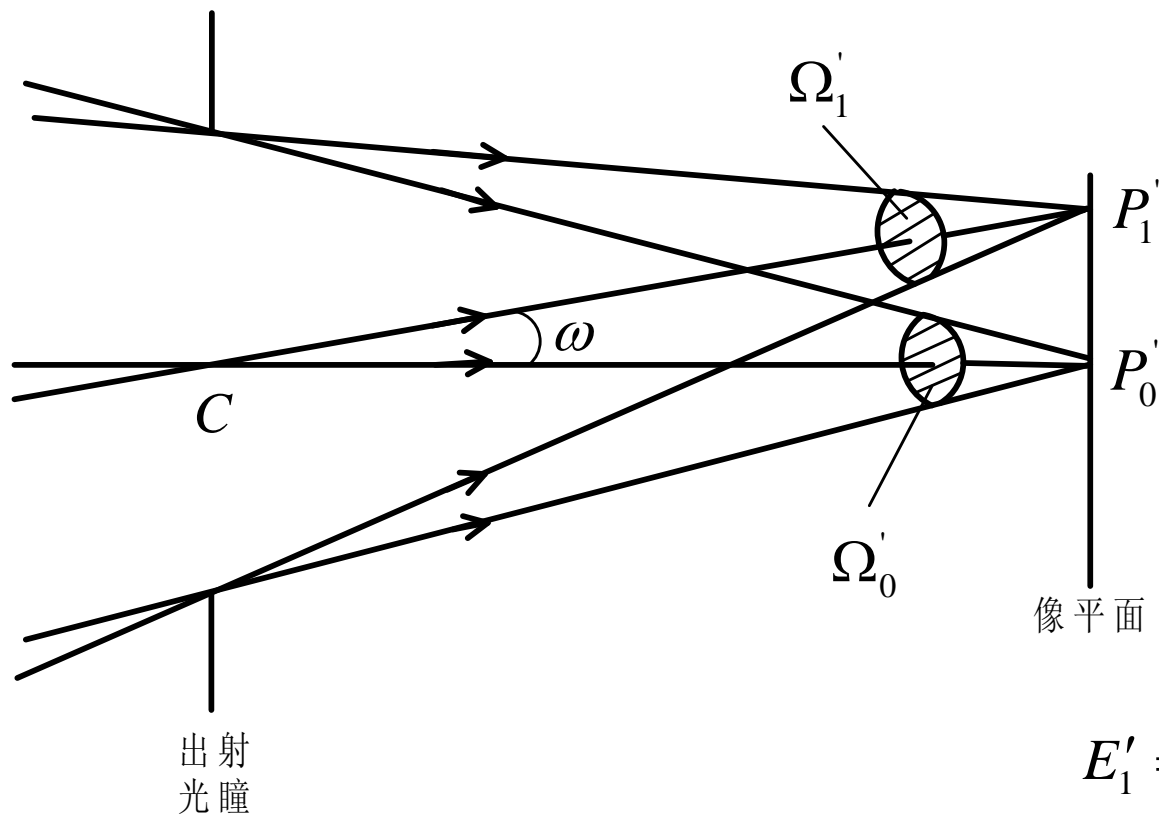
因此，轴上像点 P'_0 的光照度是：

$$E'_0 = \frac{F'_V}{\delta S'} = \pi \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B_V \cdot \sin^2 u'_M \quad (7-77)$$

像方孔径角很小时, $\Omega'_0 \approx \pi \sin^2 u'_M$

$$(7-77) \Rightarrow E'_0 = \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B_V \Omega'_0 \quad (7-78)$$

像的光亮度和光照度



$$E'_1 = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 B_V \Omega'_1 \cos \omega \quad (7-79)$$

$$\frac{\Omega'_1}{\Omega'_0} = \cos \omega \cdot \left(\frac{CP'_1}{CP'_0}\right)^2 = \cos^3 \omega \quad (7-80)$$

$$E'_1 = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 B_V \Omega'_0 \cos^4 \omega = E'_0 \cos^4 \omega \quad (7-81)$$

图7-15 轴外像点的光照度